

治疗方案决策的研究及应用

山东省青岛大学工商学院 (266033) 吴启正 毛勇*

1. 问题的提出: 某种疾病, 假定与 k 种临床资料 (症状、体征、病史、检查或化验结果等, 简称为因素或因素变量) 有关, 各个变量又分别具有 t_1, t_2, \dots, t_k 种状态。那么, 该种疾病患者中, 因素的可能组合共有 $\prod_{i=1}^k t_i$ 种。在治疗中, 通常是在这众多因素组合中, 确定几种 (假定为 n 种) 因素的组合 (所谓典型病例) 及其相应有效的治疗方案 (即治疗模式, 简称模式)。问题是, 该种疾病的某一患者, 其因素组合是 $\prod_{i=1}^k t_i$ 种中的某一组合, 在它不同于典型病例因素的组合时, 医师如何决策该患者应采用 n 种模式中的哪一个模式进行治疗? 这就是治疗方案决策的问题。

2. 最优从属原则: 在论域 U 上有 n 个模糊子集, A_1, A_2, \dots, A_n 它们分别表示了 n 个模式。设 $\mu_{A_1}(u), \mu_{A_2}(u), \dots, \mu_{A_n}(u)$ 为 n 个模糊子集所对应的从属函数, 对于 U 上任一元素 $u^{(0)} (u^{(0)} \in U)$, 若有

$\mu_{A_i}(u^{(0)}) = \max\{\mu_{A_1}(u^{(0)}), \mu_{A_2}(u^{(0)}), \dots, \mu_{A_n}(u^{(0)})\}$ 则认为 $u^{(0)}$ 隶属于模式 A_i 。这就是最优从属原则。

3. 数量化处理

(1) 因素变量: 设变量 y 表示某种症状, 用“1”表示症状发生, “0”表示症状不发生。即

$$y = \begin{cases} 1 & \text{某症状发生} \\ 0 & \text{某症状不发生} \end{cases}$$

例如, y 表示腰“痛”与“不痛”, 可表示为

$$y = \begin{cases} 1 & \text{腰痛} \\ 0 & \text{腰不痛} \end{cases}$$

如果 y 所表示的症状不止两种状态, 例如有四种状态: 不痛或一般、较重、严重和剧痛。可对变量 y 进行 0-1 化处理, 将 y 用四个均只取两种状态的变量 x_1, x_2, x_3, x_4 表示之, 即

$$x_1 = \begin{cases} 1 & \text{不痛或一般} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad x_2 = \begin{cases} 1 & \text{疼痛较重} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$x_3 = \begin{cases} 1 & \text{疼痛严重} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad x_4 = \begin{cases} 1 & \text{剧痛} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(2) 论域: $U = \{\text{某种疾病待治疗全部患者}\}$

设与某种疾病有关的 k 个因素中, 有 x_1, x_2, \dots, x_{m_1} 是取两种状态的; S 个是取两种以上状态的因素, 经 0-1 化处理后有 m_2 个, 记作 $x_{m_1+1}, x_{m_1+2}, \dots, x_{m_1+m_2}$ (令 $m_1 + m_2 = m$)。即与该种疾病有关的 0-1 变量共有 m 个, 是

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{某因素某状态发生} \\ 0 & \text{某因素某状态不发生} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

于是, 有一个患者, 就有一个 m 维向量。即患者与 m 维向量一一对应。则有 $U = \{(x_1, x_2, \dots, x_m) | x_i = 0, 1, (i = 1, 2, \dots, m)\}$

4. 从属函数: 设 $u^{(j)} = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_m^{(j)}) \in U (j = 1, 2, \dots, n)$ 是 n 个模式所对应的 n 个向量, 于是治疗方案的从属函数为

$$\mu_{A_j}(u) = \frac{(u, u^{(j)})}{k} \quad \text{式中 } A_j (j = 1, 2, \dots, n) \text{ 是论域 } U \text{ 上 } n \text{ 个模式 } u^{(j)} \text{ 所对应的模糊子集, } k \text{ 是因素的个数, } (u, u^{(j)}) \text{ 由下式给出}$$

$$(u, u^{(j)}) = x_1 \cdot x_1^{(j)} + x_2 \cdot x_2^{(j)} + \dots + x_m \cdot x_m^{(j)} = \sum_{i=1}^m x_i \cdot x_i^{(j)}$$

5. 治疗方案的决策: 假定某一患者, 依临床资料他所对应的向量是 $u^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_m^{(0)}) \in U$, 计算

$$\mu_{A_j}(u^{(0)}) = \frac{(u^{(0)}, u^{(j)})}{k} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{若 } \mu_{A_j}(u^{(0)}) = \max\{\mu_{A_1}(u^{(0)}), \mu_{A_2}(u^{(0)}), \dots, \mu_{A_n}(u^{(0)})\}$$

依最优从属原则, 决策该患者按第 j 种模式的治疗方案治疗。

必须指出, 在实际治疗中, 应随着某一治疗方案治疗后因素变量的变化, 多次反复地对治疗方案进行决策。这样治疗效果就会渐趋理想, 直至病愈。另外, 当取最大值的 $\mu_{A_j}(u^{(0)})$ 不止一个时, 应根据医学有关理论和经验从中挑选一个较优决策。

6. 应用实践: 现将治疗方案的决策应用于我院“腰椎间盘突出症”的治疗实践。根据文献 [1, 2] 和长期的实践得知: (1) 临床资料及状态 (表 1)。 (2) 典型病例

及治疗方案(模式)。设 y_{ij} 表示第 i 个因素取第 j 种状态。四种典型病例所对应的因素状态组合为:

$$y_{13}y_{21}y_{31}y_{41}y_{51}y_{64}y_{71}, y_{12}y_{22}y_{32}y_{42}y_{52}y_{63}y_{72},$$

$y_{12}y_{23}y_{33}y_{42}y_{53}y_{62}y_{73}, y_{11}y_{23}y_{34}y_{43}y_{54}y_{61}y_{74}$ 。相应的四种治疗模式为:神经阻滞疗法、手法牵拉整复并配合神经阻滞疗法、立即行机械牵引整复、先脱水消炎 3 天,然后行机械牵引整复。需要说明的是,以上四种治疗方法

是中西医结合的保守疗法。同时,四种疗法均需配合按摩理疗等。容易得到,四个模式所对应的向量 $u^{(j)} (j = 1, 2, 3, 4)$ 为:

$$u^{(1)} = (0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$$

$$u^{(2)} = 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$$

表 1

| 因素状态 | 年龄(岁) y_1 | 病史(周) y_2 | 疼痛程度 y_3 | 腰椎侧弯 y_4 | 坐位屈颈试验 y_5 | 患侧直腿抬高试验(度 = 0) y_6 | CT 检查结果 y_7 |
|----------|---|------------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1 | $y_1 < 40$ | $y_2 < 1$ | 不痛或一般 | 无或轻 | + | $y_6 < 15^\circ$ | 突出较轻,无明显硬膜囊及神经根受压 |
| 2 | $40 \leq y_1 < 60$ | $1 \leq y_2 < 4$ | 疼痛较重 | 中度侧弯 | ++ | $15^\circ \leq y_6 < 30^\circ$ | 突出物较大,硬膜囊及神经根有受压,但无其他情况 |
| 3 | $60 \leq y_1$ | $4 \leq y_2$ | 疼痛严重 | 重度侧弯 | +++ | $30^\circ \leq y_6 < 60^\circ$ | 突出物大且有钙化,硬膜囊及神经根受压明显 |
| 4 | | | 剧痛 | | +++ | $60^\circ \leq y_6$ | 突出物已钙化,硬膜囊明显受压,神经根淹没,并侧隐窝狭窄椎管狭窄 |
| 0-1 化后变量 | x_1, x_2, x_3 | x_4, x_5, x_6 | x_7, x_8, x_9, x_{10} | x_{11}, x_{12}, x_{13} | $x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}$ | $x_{18}, x_{19}, x_{20}, x_{21}$ | $x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}$ |
| 论域 | $U = \{ \text{腰椎间盘突出症待治疗全部患者} \} = \{ (x_1, x_2, \dots, x_{25}) \mid x_i = 0, 1 (i = 1, 2, \dots, 25) \}$ | | | | | | |

$$u^{(3)} = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$$

$$u^{(4)} = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$$

(3) 病例介绍:患者,女,37岁,腰及右下肢痛8天,疼痛程度严重,腰椎中度侧弯,坐位屈颈试验(++),直腿抬高右 20°,加强(+),左 75°,CT 检查示 L_5S_1 椎间盘向右突出约 5mm,有钙化,CT 值 84Hu,硬膜囊及右侧神经根受压明显。试决策该患者的治疗方案。患者对应的向量为 $u^{(0)} = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$

$$\text{算得 } \mu_{\tilde{A}_1}(u^{(0)}) = 0, \mu_{\tilde{A}_2}(u^{(0)}) = \frac{2}{7}, \mu_{\tilde{A}_3}(u^{(0)}) = \frac{5}{7},$$

$$\mu_{\tilde{A}_4}(u^{(0)}) = \frac{1}{7}。$$

$$\text{由于 } \mu_{\tilde{A}_3}(u^{(0)}) = \max \{ \mu_{\tilde{A}_1}(u^{(0)}), \mu_{\tilde{A}_2}(u^{(0)}), \mu_{\tilde{A}_3}(u^{(0)}), \mu_{\tilde{A}_4}(u^{(0)}) \}$$

所以决策病人用模式 3(立即行机械牵引整复并配合按摩理疗)予以治疗。如果患者经模式 3 治疗后的 1 个

月,查房得知:女,年龄 37 岁,病史 38 天,腰腿疼痛程度一般,腰椎侧弯轻,坐位屈颈试验(+),直腿抬高右 55°,CT 检查结果与入院时检查结果没有较为明显的变化。试决策患者下一疗程的治疗方案。此时,患者对应的向量为 $u^{(0)} = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$

$$\text{计算 } \mu_{\tilde{A}_1}(u^{(0)}) = \frac{3}{7}, \mu_{\tilde{A}_2}(u^{(0)}) = \frac{1}{7},$$

$$\mu_{\tilde{A}_3}(u^{(0)}) = \frac{2}{7}, \mu_{\tilde{A}_4}(u^{(0)}) = \frac{1}{7}。$$

$$\text{因为 } \mu_{\tilde{A}_1}(u^{(0)}) = \max \{ \mu_{\tilde{A}_1}(u^{(0)}), \mu_{\tilde{A}_2}(u^{(0)}), \mu_{\tilde{A}_3}(u^{(0)}), \mu_{\tilde{A}_4}(u^{(0)}) \}$$

所以患者下一疗程用模式 1(神经阻滞疗法并配合按摩理疗)治疗。

参考文献

1. 胡有谷. 腰椎间盘突出症. 人民卫生出版社. 1985 年, 128, 136 ~ 145.
2. 邵宣, 等. 实用颈腰背痛学. 人民卫生出版社. 1982 年, 165 ~ 169, 357 ~ 363.